

ХОРОШИСТ

образовательный центр • подготовка к ОГЭ и ЕГЭ

ЕГЭ – 2027

МАТЕМАТИКА

ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ ВАРИАНТ №1

Автор

Евгений Хорошист

Фамилия, имя _____

Дата _____

Первичный балл _____ / 33

Тестовый балл _____ / 100

На выполнение всей работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

КИМ Ответ: $-0,8$.

[illegible]

При выполнении работы разрешается пользоваться линейкой. Необходимые справочные формулы приведены ниже.

Баллы, полученные за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Закончив работу, убедитесь, что ответ на каждое задание в бланках № 1 и № 2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

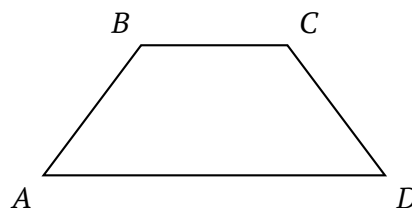
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–13 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа считаются действительными, если не оговорено иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с образцами в бланке. Единицы измерений писать не нужно.

1

В равнобедренной трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны 21 и 9 соответственно, а боковая сторона равна 10. Найдите площадь трапеции.



Ответ: _____.

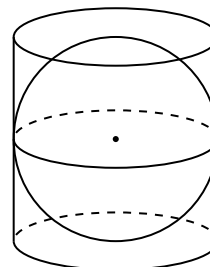
2

Даны векторы $\vec{a}(4; 1)$ и $\vec{b}(-2; 6)$. Найдите длину вектора $2\vec{a} + \vec{b}$.

Ответ: _____.

3

В цилиндр вписан шар: шар касается обоих оснований цилиндра и его боковой поверхности. Площадь полной поверхности цилиндра равна 54. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: _____.

4

В коробке лежат 24 одинаковых на вид чайных пакетика: 9 пакетиков с зелёным чаем, 6 — с белым, остальные — с чёрным. Найдите вероятность того, что случайно выбранный пакетик окажется с чёрным чаем.

Ответ: _____.

5

Камера на въезде в паркинг автоматически распознаёт номера автомобилей. Номер автомобиля оказывается чистым с вероятностью 0,85; чистый номер камера распознаёт с вероятностью 0,98. Загрязнённый номер камера распознаёт с вероятностью 0,6. Найдите вероятность того, что номер случайно выбранного въезжающего автомобиля будет распознан.

Ответ: _____.

6

На складе хранятся 200 коробок с одинаковыми деталями. Распределение коробок по числу деталей в них приведено в таблице.

Число деталей в коробке	10	12	15
Число коробок	120	50	30

Кладовщик выбирает одну коробку наугад. Найдите математическое ожидание числа деталей в выбранной коробке.

Ответ: _____.

7

Найдите корень уравнения $\log_3(2x + 5) = \log_3(x - 1) + 2$.

Ответ: _____.

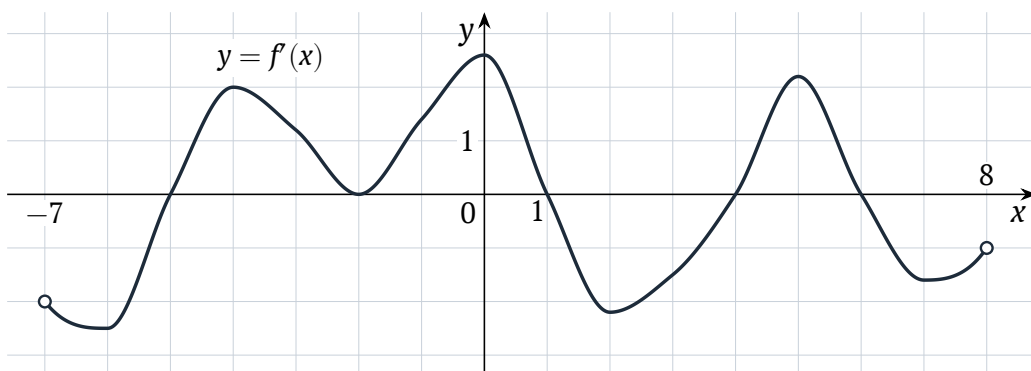
8

Найдите значение выражения $\frac{\log_3 64}{\log_3 4} + 5^{\log_{25} 49}$.

Ответ: _____.

9

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7; 8)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-6; 7]$.



Ответ: _____.

10

Масса радиоактивного изотопа в образце уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа (в мг), t — время (в минутах), прошедшее от начального момента, T — период полураспада (в минутах). В начальный момент масса изотопа $m_0 = 160$ мг, период его полураспада $T = 12$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 5 мг?

Ответ: _____.

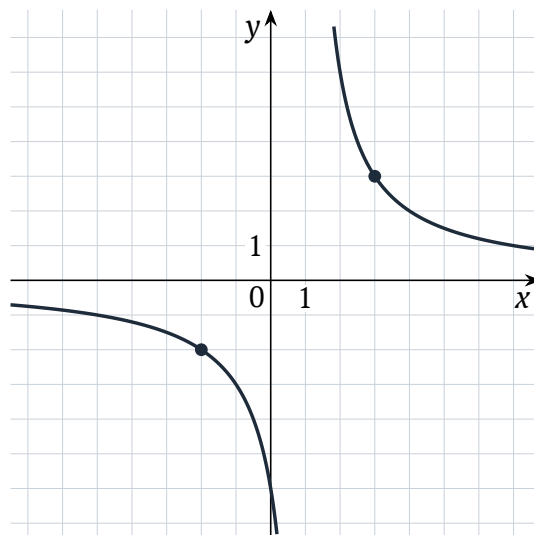
11

Катер прошёл 36 км против течения реки и 22 км по течению, затратив на весь путь 3 часа. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

12

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \frac{k}{x+a}$.
Найдите значение $f(-11)$.



Ответ: _____.

13

В июле 2027 года планируется взять кредит в банке на пять лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2032 года кредит должен быть полностью погашен.

Сколько рублей планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1 690 000 рублей?

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 14–20 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (14, 15 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

14

а) Решите уравнение $2 \cos^2 x - 3 \cos \left(\frac{3\pi}{2} + x \right) = 3$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi \right]$.

Запишите полное обоснованное решение.

15

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ все рёбра равны 6. Точка K — середина ребра SC . Плоскость α проходит через точки A и K параллельно прямой BD .

а) Докажите, что плоскость α делит ребро SB в отношении $2 : 1$, считая от вершины S .

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью α .

Запишите полное обоснованное решение.

16

Решите неравенство

$$\frac{4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8}{\log_3(x+2)} \geq 0.$$

Запишите полное обоснованное решение.

17

Расходы на топливо для речного теплохода пропорциональны кубу его скорости: при скорости v км/ч они составляют $0,025v^3$ рублей за час движения. Прочие расходы не зависят от скорости и составляют 400 рублей за час. Затраты C (в рублях) на 1 км пути при движении с постоянной скоростью v км/ч вычисляются по формуле

$$C(v) = \frac{0,025v^3 + 400}{v}.$$

Скорость теплохода не может превышать 30 км/ч. При какой скорости затраты на 1 км пути будут наименьшими? Ответ дайте в км/ч.

Запишите полное обоснованное решение.

18

Точка H — точка пересечения высот остроугольного треугольника ABC .

а) Докажите, что радиусы окружностей, описанных около треугольников ABC и AHB , равны.

б) Найдите расстояние между центрами этих окружностей, если $AB = 12$ и $\angle ACB = 60^\circ$.

Запишите полное обоснованное решение.

19

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$|x^2 - 2x - 3| = x + a$$

имеет ровно два различных корня.

Запишите полное обоснованное решение.

20

На доске написано несколько (не менее трёх) различных натуральных чисел. Их среднее арифметическое равно 30. Если стереть с доски наибольшее из этих чисел, то среднее арифметическое оставшихся чисел окажется равным 27. Если же вместо этого стереть наименьшее из написанных чисел, то среднее арифметическое оставшихся чисел окажется равным 31.

- а) Может ли наименьшее из написанных чисел быть равным 10?
- б) Может ли наибольшее из написанных чисел быть равным 100?
- в) Какое наименьшее количество чисел может быть написано на доске?

Запишите полное обоснованное решение.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ХОРОШИСТ

Подготовка к ОГЭ и ЕГЭ

Автор варианта

Евгений Хорошист

horoshist-center.ru

Авторский тренировочный материал.
Не является официальным материалом ФИПИ.